Open Journal of Statistics, 2012, 2, 534-546

Зарим нөхцлүүд нь зөрчигдсөн тохиолдол дахь шугаман регрессийн загвар ба хэтийн төлөвийн үнэлэлт

Kayoda Ayinde, Emmanuel O.Apata, Oluwayemisi O.Alaba

Хураангуй

Шугаман регрессийн загварын параметрүүдын үнэлэлтүүдийн үр дүн нь загварын тодорхойлогдсон үндсэн нөхцлүүдийн хүчинтэй байгаа эсэхээс хамаардаг бөгөөд ялангуяа загварыг бодит жишээн дээр хэрэглэх үед ихээхэн хамааралтай. Түүнчлэн регрессийн шинжилгээ нь хэтийн төлөв тооцоход ашиглагддаг. Тиймээс энэ илтгэл нь үл хамаарах хувьсагч нь санамсаргүй бус байх болон үл хамаарах хувьсагч ба үлдэгдэл хувьсагч нь хамааралгүй байх гэсэн нөхцлүүд зөрчигдсөн тохиолдолд шугаман регрессийн загварын хэтийн төлөв тооцоход Хамгийн Бага Квадратын арга (OLS), Кокрайн Оркатын арга (COR), Хамгийн их үнэний хувь бүхий үнэлэлт (ML) болон Гол компонентын арга (PC) дээр суурилсан үнэлэлтүүдийн үр дүнг харьцуулан авч үзсэн юм. Үл хамаарах хувьсагч нь хамааралтай санамсаргүй хэмжигдэхүүн байх болон автокорреляци бүхий үлдэгдэл хэмжигдэхүүний хувьд Монте Карло симуляци аргыг ашигласан бөгөөд судалгаагаар регрессийн шинжилгээний хамгийн сайн тохирох статистик үнэлгээг олсноор хэтийн төлөв тооцоход ашиглаж болох хамгийн сайн үнэлэлтийг тодорхойлсон. Судалгааны дүнгээс харахад ялангуяа түүврийн хэмжээ n их байхад мултиколлинеарын түвшин бүр дэх COR болон ML үнэлэлтүүд нь автокорреляц ихсэхэд гүдгэр хэлбэртэй бөгөөд харин OLS ба PC-ийн хувьд хотгор хэлбэртэй байна. Мөн мултиколлинеарын түвшин ихсэхэд мултиколлинеар нь сөрөг үе дэх PC-ээс бусад үнэлэлтийн хувьд автокорреляцын түвшин ихэсэхэд илүү сайн үр дүнд хүрдэг. Ерөнхийдөө COR болон ML үнэлэлтүүдийг мултиколлинеар болон автокорреляц илэрсэн үед хэтийн төлөв тооцоход хэрэглэх нь илүү сайн юм. Хэдий тийм боловч автокорреляц бага байх үед OLS үнэлэлт нь сайн, харин мултиколлинеарын түвшин өндөр үед ($\lambda \geq 0.8$, эсвэл $\lambda \leq -0.49$) PC үнэлэлт сайн гэж үзэж болно.

Түлхүүр үгс: Хэтийн төлөв тооцох, Шугаман регрессийн загвар, автокорреляци бүхий үлдэгдэл хувьсагч, хамааралтай санамсаргүй хэвийн үл хамаарах хувьсагч

1. Танилцуулга

Шугаман регрессийн загвар нь хувьсагчдын хоорондын функционал хамаарлыг тодорхойлоход хамгийн өргөн хэрэглэгддэг статистикийн шинжилгээний арга юм. Энэ нь хамаарах хувьсагчийн ажиглалтын утгууд y –ийг нэг болон хэд хэдэн үл хамаарах хувьсагчид X_1, X_2,…X_p –ийн утгуудаар тайлбарлахад тусладаг. Хамаарах хувьсагчийг тайлбарлах нь түүний утгуудын хэвийн төлөвийг тооцох асуудалд маш чухал байдаг. Цаашилбал шугаман регрессийн загвар нь зарим үндсэн нөхцөлүүд биелэгдэж байх тохиолдолд тодорхойлогддог. Тэдгээрийн дотор үл хамаарах хувьсагчид нь санамсаргүй бус байх болон хамааралгүй байх нөхцөл байдаг. Мөн үлдэгдэл хувьсагч нь хамааралгүй болон тогтмол дисперстэй ба үл хамаарах хувьсагчтай хамааралгүй байх ёстой гэж үздэг. Хэрвээ сонгодог шугаман регрессийн бүх нөхцөлүүд биелэгдэж байгаа тохиолдолд Хамгийн Бага Квадратын (OLS) үнэлэлт

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y \qquad (1)$$

нь шугаман, хазайлтгүй, эрчимтэй гэх мэт шинж чанаруудыг хангадаг болохыг мэддэг билээ [1]. Тэдгээрийг бүхэлд нь Хамгийн сайн шугаман хазайлтгүй үнэлэлт (BLUE) гэдэг. Хэдий тийм боловч тэдгээр нөхцөлүүд нь зарим бодит жишээн дээр биелэгддэггүй. Үүний улмаас загварын параметрийн утгыг үнэлэх олон аргууд гарсан.

Үл хамаарах хувьсагч нь санамсаргүй бус байх нөхцөл үргэлж биелэгддэггүй бөгөөд ялангуяа бизнес, эдийн засаг, нийгмийн шинжлэх ухааны хувьд үл хамаарах хувьсагчид нь санамсаргүй процессоос үүсдэг тул биелэгдэхгүй байх нь түгээмэл юм. Neter ба Wasserman[2], Fomby г.м [3], Madda[4] гэх мэт олон зохиогчид тэдгээр нөхцөлүүд биелэгдэхгүй байх олон нөхцөл жишээнүүдийг авч үзсэн байдаг бөгөөд энэ тохиолдолд загварын параметрийг үнэлэхдээ OLS үнэлэлтийг хэрэглэхийн үр дагаврыг судалсан байдаг. Тэд хэрвээ үл хамаарах хувьсагч нь санамсаргүй ба үлдэгдэл хувьсагчаас хамааралгүй бол OLS үнэлэлт нь BLUE биш боловч хазайлтгүй хамгийн бага дисперстэй хэвээр байдгийг онцолсон. Мөн тэд үлдэгдэл хувьсагч нь хэвийн тархалттай байгаа тохиолдолд уламжлалт таамаглал шалгах нь хүчинтэй байдгийг харуулсан. Гэвч түүврийн хувьд тооцсон итгэх завсар болон тестийн чадлыг тооцохдоо өөрчлөлт хийх хэрэгтэй.

Үл хамаарах хувьсагчид нь хамааралгүй байх нөхцөл нь биелэгдэхгүй бол мултиколлинеар шинжтэй байдаг. Хүчтэй хамааралтай үл хамаарах хувьсагчид байгаа тохиолдолд регрессийн загварын нөхцөл зөрчигдсөн тул регрессийн коэффициентуудын тайлбар хүчингүй байх боломжтой. Хэдийгээр OLS үнэлэлтийн аргаар олсон үнэлгээ нь төгс мултиколлинеар биш бол хазайлтгүй хэвээр байдаг боловч регрессийн коэффициентууд нь түүврийн алдаа маш их байх ба энэ нь загварын тайлбар ба хэтийн төлөв тооцоход ихээхэн нөлөөлдөг[5]. Өгөгдөл мултиколлинеар шинжтэй байхад загварын параметрийг үнэлэх олон аргууд байдаг. Тэдгээрт Hoerl [6] ба Hoerland Kennard[7] нарын хөгжүүлсэн Ridge регрессийн үнэлэлт, Massy[8], Marquardt[9] ба Bock, Yancey, Judge[10], Naes ба Martin [11] нарын хөгжүүлсэн Гол компонентын арга дээр суурилсан үнэлэлт, Hermon World [12-14]-ын 1960-аад онд хөгжүүлсэн хэсэгчилсэн хамгийн бага квадратын арга зэрэг орно.

Гол компонентын аргаас хамаарсан регрессийн коэффициентүүдын хазайлттай үнэлэлтийн арга нь хоёр үе шаттай. Тэрхүү хоёр үе шатат үйл явц нь эхлээд үл хамаарах хувьсагчдыг гол компонентын аргыг ашиглан цөөрүүлсний дараа OLS аргыг ашигладаг. Энэхүү арга нь практикт сайн тохирдог боловч үл хамаарах хувьсагчдын олон хэмжээст тархалтын голлох хувьсагчдын шугаман загварын хувьд ерөнхийлсөн онол байдаггүй.

$Y = X\beta + \varepsilon$ шугаман регрессийн загварыг авч үзье. (2)

$X'X = T \wedge T'$ ба энд $\wedge = diag(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)$ нь pxp хэмжээст X'X-ийн хувийн утгуудын диагноль матриц ба T нь pxp хэмжээст баганууд нь $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ утгуудад харгалзах хувийн векторууд байх ортогналь матриц. Тэгвэл дээрх загвар дараах хэлбэрээр бичигдэнэ.

$$Y = XTT'\beta + \varepsilon = Z\alpha + \varepsilon \qquad (3)$$

энд $Z = XT,\ Z'Z = T'X'XT = T'T \wedge T'T = \wedge$.

$Z = Z_1, Z_2, \dots, Z_p$ гэсэн ортогналь үл хамаарах хувьсагчдын шинэ олонлог болох Z-ийн баганыг гол компонентууд гэнэ. Гол компонентын регрессийн шинжилгээний арга нь загвар дахь гол компонентуудаас цөөнийг ашигладаг. Бүгдийг ашигласан тохиолдолд OLS үнэлэлттэй адилхан гарна. Гол компонентын регрессийн шинжилгээний үнэлэлтийг олохын тулд үл хамаарах хувьсагчидын хувийн утгын буурах дараалаар эрэмбэлэх бөгөөд тэдгээр хувийн утгуудын хамгийн бага нь ойролцоогоор 0-тэй тэнцүү байна. Гол компонентын регрессийн шинжилгээнд хувийн утга нь 0-тэй ойролцоо байх гол компонентыг шинжилгээнээс хасах ба үлдсэн компонентуудын хувьд хамгийн бага квадратын аргыг хэрэглэнэ.

Сонгодог шугаман регрессийн үлдэгдэл хувьсагчын хувьд хомоседастик биш хетероседастик байхаас бусад нөхцөлүүд биелэгдэж буй тохиолдолд загвар нь Ерөнхийлсөн Хамгийн бага квадратын (GLS) загвар болно. Aitken[15] β-ийн GLS үнэлэлт

$\beta = (X'\Omega'X)^{-1}X'\Omega'Y$ нь β-ийн $V(\beta) = \sigma^2(X'\Omega'X)^{-1}$ (Ω мэдэгдэж байгаа гэж үзнэ) гэсэн дисперс ковариацын матриц бүхий шугаман хазайлтгүй үнэлэлтүүд дотроос эрчимтэй үнэлэлт болж чаддаг. Дээрхи GLS үнэлгээ нь Ω–ыг тодорхой р-ийн хувьд параметрүүдыг үнэлэхээс өмнө мэдэгдэж байхыг шаарддаг. Тиймээс AR(1) автокорреляци бүхий үлдэгдэл хувьсагчийн хувьд $\hat{\beta}_{(GLS)} = (X'\Omega^{-1}X)^{-1}X'\Omega^{-1}Y$ ба $V(\hat{\beta}_{(GLS)}) = \sigma^2(X'\Omega^{-1}X)^{-1}$ үүнд E(UU')=σ^2Ω=

$$= \sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \cdots & \rho^{n-2} & \rho^{n-1} \\ \rho & 1 & \rho & \cdots & \rho^{n-3} & \rho^{n-2} \\ \rho^2 & \rho & 1 & \cdots & \rho^{n-4} & \rho^{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \rho^{n-2} & \rho^{n-3} & \rho^{n-4} & \cdots & 1 & \rho \\ \rho^{n-1} & \rho^{n-2} & \rho^{n-3} & \cdots & \rho & 1 \end{bmatrix}$$

ба $\sigma^2 = \sigma_u^2 = \frac{\sigma_e^2}{(1-\rho^2)}$ бөгөөд Ω-ийн урвуу нь

$$\mathbf{\Omega}^{-1} = \frac{1}{\left(1-\rho^2\right)} \begin{bmatrix} 1 & -\rho & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -\rho & 1+\rho^2 & -\rho & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -\rho & 1+\rho^2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1+\rho^2 & -\rho \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -\rho & 1 \end{bmatrix}$$

Одоо (n-1)xn матрицын хөрвөсөн матриц P*нь

$$
\boldsymbol{P}^* = \begin{bmatrix} -\rho & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -\rho & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\rho & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -\rho & 1 \end{bmatrix}_{(n-1)+n} \qquad (5)
$$

P*'P* -ийг үржүүлснээр Ω^{-1} тэй адил боловч гол диагнолийн эхний элемент нь P^2 байх nxn хэмжээст матриц гарна. P-ийн хөрвөсөн nxn хэмжээст матриц нь P*-оос эхний элемент нь $\sqrt{1-\rho^2}$, бусад нь 0 байх нэг мөр нэмснээр гарна.

$$
\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \left(1-\rho^2\right)^{\frac{1}{2}} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -\rho & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -\rho & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -\rho & 1 \end{bmatrix}_{nxn} \qquad (6)
$$

$P'P=(1-\rho^2)\Omega^{-1}$ болно. P ба P*-ийн ялгаа нь эхний түүврийн утгуудын хувьд гарч байна. Гэвч n нь их байгаа тохиолдолд ялгаа нь нэг их биш боловч түүврийн хэмжээ бага байгаа үед ялгаа нь их болж ирнэ. Хэрвээ Ω болон ρ илүү тодорхой мэдэгдэж байвал GLS үнэлэлтийг дээрхи P ба P*-аар дамжуулан OLS-ийг хэрэглэснээр гарган авч болно. Гэхдээ энэ нь байнгын биш тохиолдол бөгөөд бид Уян хатан GLS үнэлэлт гарган авахын тулд Ω-ийг үнэлэх замаар эрэмбэлнэ. Энэхүү үнэлэлт ньρ-г зохимжтой үнэлэлт $\hat{\rho}$-оор солиход гарч ирнэ [3]. ρ-гийн зохимжтой үнэлэлтийг тооцох хэд хэдэн арга байж болох боловч тэдний зарим нь P эсвэл хөрвөсөн матриц P*-г ашигладаг.

Хэд хэдэн зохиогч загварын нөхцөл зөрчигдсөн, тухайлбал 1-р зэргийн автокорреляци бүхий шугаман регрессийн загварын параметрийг үнэлэх талаар судалсан. OLS үнэлэлт нь хэдийгээр хазайлтгүй боловч эрчимтэй биш үнэлэлт болно. Түүний хэтийн төлөвийн үнэлэлт мөн эрчимтэй биш байдаг ба автокорреляцитай үлдэгдэл хувьсагчийн түүврийн дисперсийн үнэлэлт багаар үнэлэгддэг бөгөөд тиймээс t ба F тестүүд мөн хүчингүй болдог [3-5] [16]. Иймээс хэд хэдэн уян хатан GLS үнэлэлтийн арга бий болсон.

Тэдгээрт Кокрайн, Оркаттын арга [17], Paris, Winstern[18], Hildreth, Lu [19], Durbin[20], Theil[21], Хамгийн их магадлал бүхий арга ба Хамгийн их магадлал бүхий сүлжээний арга [22], Thornton[23] аргууд орно. Тэдний дотроос Хамгийн их магадлал бүхий арга ба Хамгийн их магадлал бүхий сүлжээний арга нь цуврал корреляцын коэффициентийг -1 ба 1-ийн хооронд байхаар хязгаарласнаар стационар байдлыг хангадаг ба үнэлэлтийн эхний утгыг хадгалдаг бол Кокрайн, Оркат ба Hildreth, Lu нарын арга нь эхний утгыг орхидог. Chipman[24], Kramer[25], Kleiber[26], Lyaniwura, Nwabueze[27], Nwabueze[28-30], Ayinde, Ipinyomi[31] ба бусад олон зохиогчид тэдгээр үнэлэлтүүдийг шалгаад зогсохгүй түүний гүйцэтгэл ба үр дүн ашигласан үл хамаарах хувьсагчдын бүтцээс хамаардаг болохыг тэмдэглэсэн. Rao, Griliches[32] автокорреляци бүхий үлдэгдэл хувьсагч бүхий хоёр шатат регрессийн шинжилгээний жижиг түүврийн хувь дахь шинж чанарыг судлахдаа Monte-Carlo шинжилгээний аргыг ашигласан. Бусад сүүлийн үеийн Ayinde, Iyaniwura[33], Ayinde, Oyejola[34], Ayinde[35], Ayinde, Olaomi[36], Ayinde, Olaomi[37], Ayinde[38] зэрэг ажлууд нь сонгодог шугаман регрессийн загварын нөхцөлүүд зөрчигдсөн тохиолдол дахь аргуудыг судалсан.

Тэдгээрээс өөр мултиколлинеар байгаа тохиолдол дахь хэтийн төлөв тооцох асуудлыг судлаагүй байна. Тиймээс энэхүү илтгэл нь тэдгээр аргуудын хэтийн төлөв тооцох асуудлыг судлаад зогсохгүй зарим нөхцөл нь зөрчигдсөн тохиолдолд авч үзсэн болно.

2. Тоо материалууд ба аргууд

$$Y_t = \beta_0 + +\beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + u_t \qquad (7)$$

хэлбэрийн шугаман регрессийн загвар авч үзье. Үүнд: $u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$, $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2), t = 1,2,3, \dots n$ ба $X_i \sim N(0,1), i = 1,2,3$ ба санамсаргүй ба хамааралтай.

Монте-Карло симуляц судалгааны хувьд (7) тэгшитгэлийн параметрүүдийг тогтмол

$\beta_0 = 4$, $\beta_1 = 2.5$, $\beta_2 = 1.8$, $\beta_3 = 0.6$ байхаар авсан.

Үл хамаарах хувьсагчдын хувьд мултиколлинеарын түвшинг дараах байдлаар 16 янзаар авсан. $\lambda(x_{12}) = \lambda(x_{13}) = \lambda(x_{23}) = \lambda = -0.49, -0.4, -0.3, \dots ,0.8,0.9,0.99$

Мөн автокорреляцийн түвшинг ρ=-0.99,-0.9,-0.8,...,0.8,0.9,0.99 байхаар 21 янзаар авсан. Туршилтыг n=10,15,20,30,50,100 түүврийн хэмжээ бүхий 6 янзын түүврийг 1000 удаа давтан хийсэн. Хамааралтай санамсаргүй хэвийн үл хамаарах хувьсагчид нь Ayinde[39]-ийн тэгшитгэлийг ашиглан гаргасан бөгөөд тухайн корреляци бүхий санамсаргүй хувьсагчдын хэвийн тархалтыг бий болгохдоо Ayinde, Adegboye[40] дэхь тэгшитгэлийг ашигласан. P=3байхад тэгшитгэлүүд дараахь хэлбэртэй байна.

$$\begin{aligned} X_1 &= \mu_1 + \sigma_1 Z_1 \\ X_2 &= \mu_2 + \rho_{12}\sigma_2 + \sqrt{m_{22}} Z_2 \qquad (8) \\ X_3 &= \mu_3 + \rho_{13}\sigma_3 Z_1 + \frac{m_{23}}{\sqrt{m_{22}}} Z_2 + \sqrt{n_{33}} Z_3 \end{aligned}$$

$$m_{22} = \sigma_2^2\left(1-\rho_{12}^2\right) \quad , \quad m_{23} = \sigma_2\sigma_3\left(\rho_{23}-\rho_{12}\rho_{13}\right)$$

ба

$$n_{33} = m_{33} - \frac{m_{23}^2}{m_{22}}; \text{ and } \; Z_i \sim N(0,1), i = 1,2,3.$$

Тэдгээр тэгшитгэлүүдээр корреляцийн матриц эерэг байх ба тиймээс үл хамаарах хувьсагчдын хоорондын корреляци дээр дурдсанаар $\rho_{12} = \rho_{13} = \rho_{23} = \lambda$ байна. Судалгаандаа бид $X_i \sim N(0,1), i = 1,2,3$ гэж үзсэн.

Үлдэгдэл хувьсагчдийг автокорреляцитай хувьсагчийн тархалтын шинж чанарыг ашиглан $u_i \sim N(0, \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-\rho^2})$ байхаар авсан ба AR(1) тэгшитгэл нь дараахь хэлбэртэй болно.

$$\mu_1 = \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{1-\rho^2}} \qquad (9)$$

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t, \; t = 2,3,4,\cdots,n \qquad (10)$$

Тэдгээр үнэлэлтүүдийн зарим нь Time Series Processor(TSP)[41] програмд орсон бөгөөд энэ нь үнэлэлтүүдийн тохиромжтой эсэхийг загварын засварлагдсан детерминацын коэффициентийг ашиглан шалгадаг. Үнэлэлтийн аргуудад Хамгийн Бага Квадратын арга (OLS), Кокрайн Оркатын арга (COR), Хамгийн их магадлал бүхий үнэлэлт (ML) болон Гол компонентын арга (PC) дээр суурилсан үнэлэлтүүд ордог. Хоёр боломжит Гол компонентын арга (PC) дээр суурилсан үнэлэлтийн арга байдаг. Загварын засварлагдсан детерминацын коэффициентийг давталтын тоонд хувааж дундаж утгыг тооцсон.

$$\overline{\overline{R}} = \frac{1}{R}\sum_{i=1}^{R}\overline{R}_i^{\,2} \qquad (11)$$

Энэхүү засварлагдсан детерминацын коэффициент нь 1 рүү ойрхон байх тусам сайн үнэлэлт болно.

3. Үр дүн ба хэлэлцүүлэг

Автокорреляц, мултиколлинеар ба түүврийн хэмжээний түвшин бүр дэх симуляц судалгааны бүрэн үр дүн Apata[42] ажилд багтсан байгаа. N=10,20,30,50,100 байх үеийн үр дүнгүүдийн график дүрслэлийг Зураг 1,2,3,4,5,6-д харууллаа. Эдгээрээс харахад мултиколлинеарын түвшин бүр дэх Кокрайн Оркатын арга (COR) үнэлэлтийн үр дүн болон Хамгийн их магадлал бүхий үнэлэлт (ML) –ийн үр дүнгүүд, ялангуяа түүврийн хэмжээ их байхад автокорреляцын хэмжээ ихсэхэд гүдгэр хэлбэртэй ба харин Хамгийн Бага Квадратын арга (OLS) болон Гол компонентын арга (PC1, PC2) нь ерөнхийдөө хотгор хэлбэртэй байна. Мөн мултиколлинеарын хэмжээ ихсэхэд мултиколлинеар нь сөрөг байх үеийн Гол компонентын арга (PC1, PC2)-аас бусад үнэлэлтүүд нь хувьд автокорреляцын түвшин ихэсэхэд тэдгээрийн засварлагдсан детерминацын коэффициент нэмэгдэж илүү сайн үр дүнд хүрдэг. Мултиколлинеарын хэмжээ ихсэхэд Гол компонентын арга (PC) үнэлэлт илүү сайн үр дүнг өгдөг.

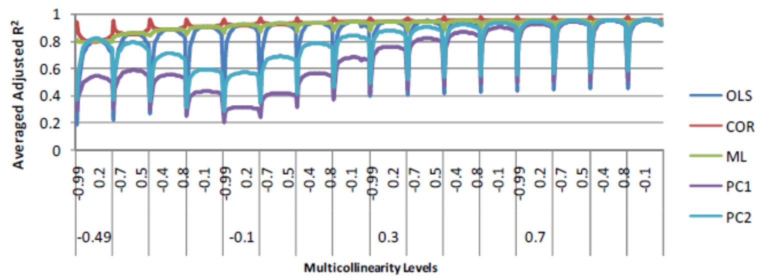

Figure 1. Predictive ability of the estimators at each level of multicollinearity and all levels of autocorrelation when $n = 10$.

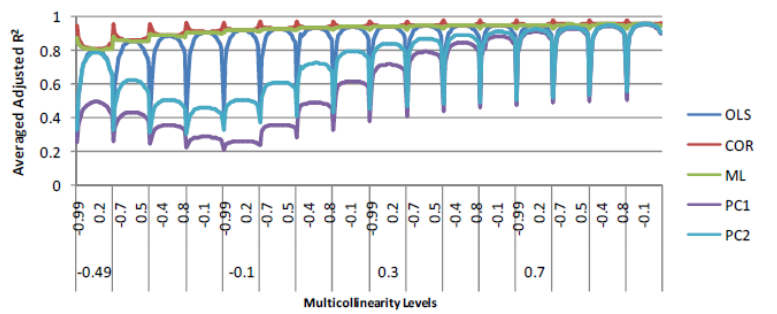

Figure 2. Predictive ability of the estimators at each level of multicollinearity and all levels of autocorrelation when $n = 15$.

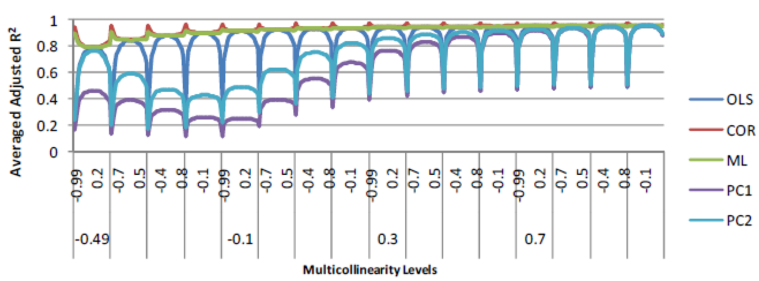

Figure 3. Predictive ability of the estimators at each level of multicollinearity and all levels of autocorrelation when $n = 20$.

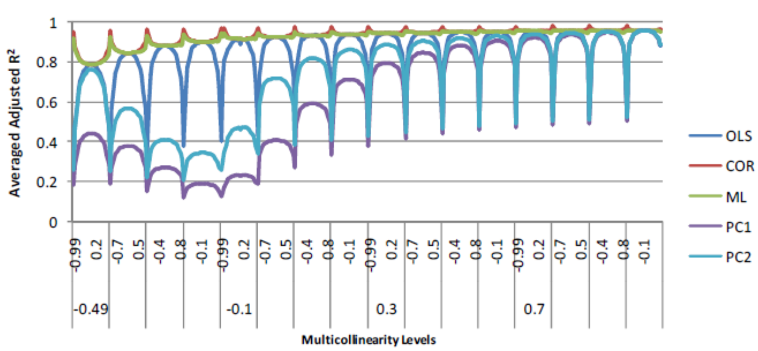

Figure 4. Predictive ability of the estimators at each level of multicollinearity and all levels of autocorrelation when $n = 30$.

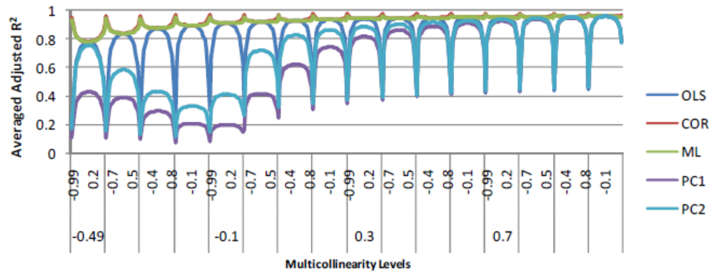

Figure 5. Predictive ability of the estimators at each level of multicollinearity and all levels of autocorrelation when n = 50.

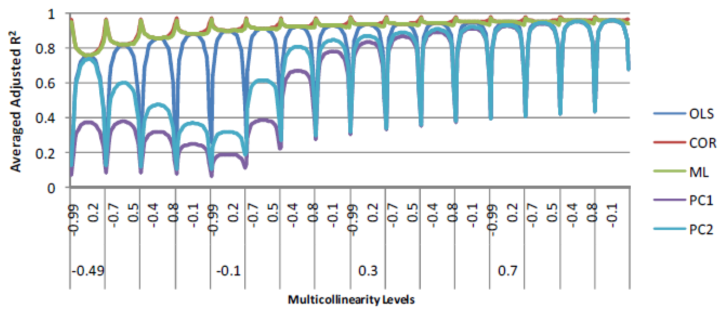

Figure 6. Predictive ability of the estimators at each level of multicollinearity and all levels of autocorrelation when n = 100.

Ерөнхийдөө COR ба ML үнэлэлтүүд нь мултиколлинеар ба үлдэгдэл хувьсагч нь автокорреляцтай үед хэтийн төлөв тооцоход хамгийн сайн болно. Гэвч автокорреляц бага байхад OLS үнэлэлт сайн байж чадна. PC2 нь мултиколлинеарын түвшин өндөр үед ($\lambda \geq 0.8$, эсвэл $\lambda \leq -0.49$) сайн гэж үзэж болно. Тухайлбал Зураг1-ын хувьд n=10 үед COR ба ML үнэлэлтүүдийн засварлагдсан детерминацын коэффициент нь дандаа 0.8-аас их байна.

Мултиколлинеарын бүх түвшинд автокорреляци бага байхад OLS үнэлэлт COR ба ML үнэлэлттэй ойролцоо сайн үр дүнг харуулж байна. Мөн PC1, PC2 нь ($\lambda \geq 0.7$, эсвэл $\lambda \leq -0.49$) үед автокорреляци их байхаас бусад тохиолдолд COR ба ML үнэлэлттэй ойролцоо сайн үр дүнг өгч байна. Хүснэгт 1-д хэтийн төлөвийн хамгийн сайн үнэлэлтүүдийг харууллаа.

Table 1. The best estimator for prediction at different level of multicollinearity and autocorrelation when n = 10.

ρ	λ							
	−0.49	−0.4	−0.3	−0.2	−0.1	0	0.1	0.2
−0.99	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.9	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.8	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.7	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.6	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.5	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.4	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.3	PR2	ML	ML	ML	ML	COR	COR	COR
−0.2	PR2	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML
−0.1	PR2	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML
0	PR2	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML
0.1	PR2	ML	OLS	OLS	OLS	OLS	OLS	OLS
0.2	PR2	ML	OLS	OLS	OLS	OLS	OLS	OLS
0.3	PR2	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML
0.4	PR2	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML
0.5	PR2	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML
0.6	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.7	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.8	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.9	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.99	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR

ρ	λ							
	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.99
−0.99	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.9	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.8	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.7	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.6	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.5	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.4	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.3	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	PR2
−0.2	ML	ML	ML	ML	COR	COR	PR2	PR2
−0.1	ML	ML	ML	ML	ML	ML	PR2	PR2
0	ML	ML	OLS	OLS	OLS	OLS	PR2	PR2
0.1	OLS	OLS	OLS	OLS	OLS	OLS	PR2	PR2
0.2	OLS	OLS	OLS	OLS	OLS	OLS	PR2	PR2
0.3	ML	ML	ML	ML	ML	ML	PR2	PR2
0.4	ML	ML	ML	ML	ML	ML	PR2	PR2
0.5	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML	PR2
0.6	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.7	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.8	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.9	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.99	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR

Хүснэгт 1-ээс n=10 үед COR үнэлэлт $-0.3 \le \rho \le 0.5$ байхаас бусад тохиолдолд хамгийн сайн үнэлэлт болж байна. Мөн $0 \le \rho \le 0.2$, ба $-0.3 \le \rho \le 0.8$ байхад OLS үнэлэлт хамгийн сайн байна. Бусад тохиолдолд хамгийн сайн үнэлэлт нь ихэвчлэн ML ба хааяа COR болж байна.

Зураг 2-оос n=15 үед n=10 байх үеийнхтэй ойролцоо бөгөөд зөвхөн $\lambda \ge 0.8$ байх үед PC үнэлэлт нь ML ба COR-той адил сайн үр дүнг үзүүлж байна. Хүснэгт 2-д хэтийн төлөвийн хамгийн сайн үнэлэлтүүдийг харууллаа.

Table 2. The best estimator for prediction at different level of multicollinearity and autocorrelation when n = 15.

ρ	λ							
	−0.49	−0.4	−0.3	−0.2	−0.1	0	0.1	0.2
−0.99	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.9	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.8	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.7	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.6	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.5	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.4	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.3	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.2	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.1	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.1	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.2	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.3	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.4	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.5	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.6	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.7	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.8	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.9	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.99	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR

ρ	λ							
	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.99
−0.99	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.9	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.8	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.7	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.6	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.5	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.4	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.3	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.2	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.1	COR	COR	COR	COR	COR	ML	ML	PR2
0	COR	COR	COR	COR	ML	ML	ML	PR2
0.1	COR	COR	COR	COR	ML	ML	ML	PR2
0.2	COR	COR	COR	COR	COR	ML	ML	PR2
0.3	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	PR2
0.4	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.5	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.6	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.7	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.8	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.9	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.99	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR

Хүснэгт 2-ийн хувьд COR үнэлэлт нь ерөнхийдөө $-0.1\le\rho\le0.3$ ба $\lambda\ge0.7$ байхаас бусад тохиолдолд хамгийн сайн ба PC2 үнэлэлт нь $\lambda\to1$ үед хамгийн сайн ба бусад тохиолдолд ихэвчлэн ML ба COR хамгийн сайн үнэлэлтүүдийг өгч байна.

n=20, n=30, n=50, n=100 байхад Зураг3,4,5,6 нь нэг их ялгаагүй байна. Гэвч Хүснэгт 3-аас n=20 байх үед COR үнэлэлт $|\rho|\le0.3$ ба $\lambda\ge0.3$ байхаас бусад тохиолдолд хамгийн сайн үнэлэлт болж байна. Тэдгээр жишээнүүдэд $-0.1\le\rho\le0.2$ ба $\lambda\to1$ үед PC2 үнэлэлт хамгийн сайн байна. Бусад тохиолдолд ML ба COR хамгийн сайн үнэлэлтүүдийг өгч байна.

Table 3. The best estimator for prediction at different level of multicollinearity and autocorrelation when $n = 20$.

ρ	λ							
	−0.49	−0.4	−0.3	−0.2	−0.1	0	0.1	0.2
−0.99	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.9	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.8	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.7	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.6	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.5	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.4	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.3	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.2	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.1	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	ML
0.1	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.2	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.3	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.4	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.5	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.6	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.7	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.8	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.9	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.99	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR

ρ	λ							
	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.99
−0.99	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.9	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.8	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.7	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.6	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.5	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.4	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.3	COR	COR	COR	COR	COR	COR	ML	ML
−0.2	COR	COR	ML	ML	ML	ML	ML	ML
−0.1	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML	PR2
0	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML	PR2
0.1	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML	PR2
0.2	COR	COR	ML	ML	ML	ML	ML	PR2
0.3	COR	COR	COR	COR	COR	ML	ML	ML
0.4	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.5	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.6	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.7	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.8	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.9	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.99	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR

Table 4. The best estimator for prediction at different level of multicollinearity and autocorrelation when n = 30.

ρ	λ							
	−0.49	**−0.4**	**−0.3**	**−0.2**	**−0.1**	**0**	**0.1**	**0.2**
−0.99	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.9	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.8	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.7	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.6	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.5	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.4	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.3	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.2	COR	COR	COR	COR	ML	ML	ML	ML
−0.1	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML
0	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML
0.1	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML
0.2	COR	COR	COR	COR	ML	ML	ML	ML
0.3	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.4	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.5	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.6	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.7	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.8	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.9	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.99	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
ρ	λ							
	0.3	**0.4**	**0.5**	**0.6**	**0.7**	**0.8**	**0.9**	**0.99**
−0.99	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.9	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.8	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.7	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.6	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.5	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.4	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.3	COR	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML
−0.2	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML
−0.1	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML	PR2
0	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML	PR2
0.1	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML	PR2
0.2	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML
0.3	COR	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML
0.4	COR	COR	COR	COR	COR	COR	ML	ML
0.5	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.6	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.7	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.8	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.9	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.99	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR

Хүснэгт 4-өөс $n=30$ үед COR үнэлэлт $|\rho|\leq 0.3$ байхаас бусад тохиолдолд хамгийн сайн нь болж байна. Эдгээр жишээнүүдэд $|\rho|\leq 0.1$ ба $\lambda \rightarrow 1$ байх үед PC2 хамгийн сайн үнэлэлт болж байна. Харин бусад тохиолдолд ML хамгийн сайн үнэлэлт өгч байгаа ба заримдаа COR хамгийн сайн үнэлэлт болж байна.

Table 5. The best estimator for prediction at different level of multicollinearity and autocorrelation when $n = 50$.

ρ	λ							
	−0.49	−0.4	−0.3	−0.2	−0.1	0	0.1	0.2
−0.99	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.9	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.8	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.7	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.6	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.5	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.4	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.3	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.2	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.1	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.1	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.2	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.3	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.4	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.5	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.6	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.7	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.8	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.9	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.99	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR

ρ	λ							
	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.99
−0.99	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.9	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.8	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.7	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.6	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.5	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.4	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.3	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.2	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.1	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	PR2
0.1	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	PR2
0.2	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.3	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.4	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.5	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.6	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.7	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.8	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.9	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.99	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR

Хүснэгт 5-аас n=50 үед COR үнэлэлт $0 \le \rho \le 0.1$ ба $\lambda \to 1$ байхаас бусад тохиолдолд хамгийн сайн нь болж байна. Эдгээр жишээнүүдэд PC2 хамгийн сайн үнэлэлт болж байна.

Хүснэгт 6-аас n=100 үед COR үнэлэлт хамгийн сайн үнэлэлт болж байна.

Table 6. The best estimator for prediction at different level of multicolli nearity and autocorrelation when n = 100.

ρ	λ							
	−0.49	−0.4	−0.3	−0.2	−0.1	0	0.1	0.2
−0.99	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.9	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.8	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.7	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.6	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.5	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.4	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.3	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.2	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.1	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.1	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.2	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.3	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.4	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.5	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.6	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.7	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.8	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.9	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.99	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR

ρ	λ							
	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.99
−0.99	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.9	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.8	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.7	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.6	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.5	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.4	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.3	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.2	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
−0.1	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.1	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.2	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.3	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.4	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.5	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.6	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.7	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.8	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.9	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR
0.99	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR	COR

4.Дүгнэлт

COR, ML, OLS, ба PC дээр суурилсан үнэлэлтүүдийн үр дүнг үл хамаарах хувьсагч ба үлдэгдэл хувьсагчид хамааралгүй байх болон санамсаргүй биш үл хамаарах хувьсагчтай байх нөхцөлүүд зөрчигдсөн тохиолдолд харьцуулан авч үзсэн юм. Энэхүү илтгэлд автокорреляц, мултиколлинеар ба түүврийн хэмжээний янз бүрийн түвшинд дээрхи үнэлэлтүүд ямар үр дүн өгөхийг судлаад зогсохгүй хэтийн төлөв тооцоход хамгийн сайныг нь тодорхойлсон юм. Ерөнхийдөө COR ба ML нь хэтийн төлөв тооцоход хамгийн сайн нь байна. Автокорреляц бага байхад OLS үнэлэлт сайн үр дүн өгч байхад мултиколлинеар их байхад PC2 мөн сайн байна.

REFERENCES

[1] D. N. Gujarati, "Basic Econometric," 4th Edition, Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited, New Delhi and New York, 2005.

[2] J. Neter and W. Wasserman, "Applied Linear Model," Richard D. Irwin Inc., 1974.

[3] T. B. Formby, R. C. Hill and S. R. Johnson, "Advance Econometric Methods," Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, London, Paris and Tokyo, 1984.

[4] G. S. Maddala, "Introduction to Econometrics," 3rd Edition, John Willey and Sons Limited, Hoboken, 2002.

[5] S. Chartterjee, A. S. Hadi and B. Price, "Regression by Example," 3rd Edition, John Wiley and Sons, Hoboken, 2000.

[6] A. E. Hoerl, "Application of Ridge Analysis to Regression Problems," *Chemical Engineering Progress*, Vol. 58, No. 3, 1962, pp. 54-59.

[7] A. E. Hoerl and R. W. Kennard "Ridge Regression Biased Estimation for Non-Orthogonal Problems," *Technometrics*, Vol. 8, No. 1, 1970, pp. 27-51.

[8] W. F. Massy, "Principal Component Regression in Exploratory Statistical Research," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 60, No. 309, 1965, pp. 234-246.

[9] D. W. Marquardt, "Generalized Inverse, Ridge Regression, Biased Linear Estimation and Non-Linear Estimation," *Technometrics*, Vol. 12, No. 3, 1970, pp. 591-612.

[10] M. E. Bock, T. A. Yancey and G. G. Judge, "The Statistical Consequences of Preliminary Test Estimators in Regression," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 68, No. 341, 1973, pp. 109-116.

[11] T. Naes and H. Marten, "Principal Component Regression in NIR Analysis: View Points, Background Details Selection of Components," *Journal of Chemometrics*, Vol. 2, No. 2, 1988, pp. 155-167.

[12] I. S. Helland "On the Structure of Partial Least Squares Regression," *Communication Is Statistics, Simulations and Computations*, Vol. 17, No. 2, 1988, pp. 581-607.

[13] I. S. Helland "Partial Least Squares Regression and Statistical Methods," *Scandinavian Journal of Statistics*, Vol. 17, No. 2, 1990, pp. 97-114.

[14] A. Phatak and S. D. Jony, "The Geometry of Partial Least Squares," *Journal of Chemometrics*, Vol. 11, No. 4, 1997, pp. 311-338.

[15] A. C. Aitken, "On Least Square and Linear Combinations of Observations," *Proceedings of Royal Statistical Society, Edinburgh*, Vol. 55, 1935, pp. 42-48.

[16] J. Johnston, "Econometric Methods," 3rd Edition, McGraw Hill, New York, 1984.

[17] D. Cochrane and G. H. Orcutt, "Application of Least Square to Relationship Containing Autocor-Related Error Terms," *Journal of American Statistical Association*, Vol. 44, No. 245, 1949, pp. 32-61.

[18] S. J. Paris and C. B. Winstein "Trend Estimators and Serial Correlation," Unpublished Cowles Commission, Discussion Paper, Chicago, 1954.

[19] C. Hildreth and J. Y. Lu, "Demand Relationships with Autocorrelated Disturbances," Michigan State University, East Lansing, 1960.

[20] J. Durbin, "Estimation of Parameters in Time Series Regression Models," *Journal of Royal Statistical Society B*, Vol. 22, No. 1, 1960, pp. 139-153.

[21] H. Theil, "Principle of Econometrics," John Willey and Sons, New York, 1971.

[22] C. M. Beach and J. S. Mackinnon, "A Maximum Likelihood Procedure Regression with Autocorrelated Errors," *Econometrica*, Vol. 46, No. 1, 1978, pp. 51-57.

[23] D. L. Thornton, "The Appropriate Autocorrelation Transformation When Autocorrelation Process Has a Finite Past," *Federal Reserve Bank St. Louis*, 1982, pp. 82-102.

[24] J. S. Chipman, "Efficiency of Least Squares Estimation of Linear Trend When Residuals Are Autocorrelated," *Econometrica*, Vol. 47, No. 1, 1979, pp. 115-127.

[25] W. Kramer, "Finite Sample Efficiency of OLS in Linear Regression Model with Autocorrelated Errors," *Journal of American Statistical Association*, Vol. 75, No. 372, 1980, pp. 1005-1054.

[26] C. Kleiber, "Finite Sample Efficiency of OLS in Linear Regression Model with Long Memory Disturbances," *Economic Letters*, Vol. 72, No. 2, 2001, pp.131-136.

[27] J. O. Iyaniwura and J. C. Nwabueze, "Estimators of Linear Model with Autocorrelated Error Terms and Trended Independent Variable," *Journal of Nigeria Statistical Association*, Vol. 17, 2004, pp. 20-28.

[28] J. C. Nwabueze, "Performances of Estimators of Linear Model with Auto-Correlated Error Terms When Independent Variable Is Normal," *Journal of Nigerian Association of Mathematical Physics*, 2005, Vol. 9, pp. 379-384.

[29] J. C. Nwabueze, "Performances of Estimators of Linear Model with Auto-Correlated Error Terms with Exponential Independent Variable," *Journal of Nigerian Association of Mathematical Physics*, Vol. 9, 2005, pp. 385-388.

[30] J. C. Nwabueze, "Performances of Estimators of Linear Model with Auto-Correlated Error Terms When the Independent Variable Is Autoregressive," *Global Journal of Pure and Applied Sciences*, Vol. 11, 2005, pp. 131-135.

[31] K. Ayinde and R. A. Ipinyomi, "A Comparative Study of the OLS and Some GLS Estimators When Normally Distributed Regressors Are Stochastic," *Trend in Applied Sciences Research*, Vol. 2, No. 4, 2007, pp. 354-359. doi:10.3923/tasr.2007.354.359

[32] P. Rao and Z. Griliches, "Small Sample Properties of Several Two-Stage Regression Methods in the Context of Autocorrelation Error," *Journal of American Statistical Association*, Vol. 64, 1969, pp. 251-272.

[33] K. Ayinde and J. O. Iyaniwura, "A Comparative Study of the Performances of Some Estimators of Linear Model with Fixed and Stochastic Regressors," *Global Journal of Pure and Applied Sciences*, Vo.14, No. 3, 2008, pp. 363-369. doi:10.4314/gjpas.v14i3.16821

[34] K. Ayinde and B. A. Oyejola, "A Comparative Study of Performances of OLS and Some GLS Estimators When Stochastic Regressors Are Correlated with Error Terms," *Research Journal of Applied Sciences*, Vol. 2, No. 3, 2007, pp. 215-220.

[35] K. Ayinde, "A Comparative Study of the Perfomances of the OLS and Some GLS Estimators When Stochastic Regressors Are both Collinear and Correlated with Error Terms," *Journal of Mathematics and Statistics*, Vol. 3, No. 4, 2007, pp. 196-200.

[36] K. Ayinde and J. O. Olaomi, "Performances of Some Estimators of Linear Model with Autocorrelated Error Terms when Regressors are Normally Distributed," *International Journal of Natural and Applied Sciences*, Vol. 3, No. 1, 2007, pp. 22-28.

[37] K. Ayinde and J. O. Olaomi, "A Study of Robustness of Some Estimators of Linear Model with Autocorrelated Error Terms When Stochastic Regressors Are Normally Distributed," *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, Vol. 7 No. 1, 2008, pp. 246-252.

[38] K. Ayinde, "Performances of Some Estimators of Linear Model When Stochastic Regressors are Correlated with Autocorrelated Error Terms," *European Journal of Scientific Research*, Vol. 20 No. 3, 2008, pp. 558-571.

[39] K. Ayinde, "Equations to Generate Normal Variates with Desired Intercorrelation Matrix," *International Journal of Statistics and System*, Vol. 2, No. 2, 2007, pp. 99-111.

[40] K. Ayinde and O. S. Adegboye, "Equations for Generating Normally Distributed Random Variables with Specified Intercorrelation," *Journal of Mathematical Sciences*, Vol. 21, No. 2, 2010, pp. 83-203.

[41] TSP, "Users Guide and Reference Manual," Time Series Processor, New York, 2005.

[42] E. O. Apata, "Estimators of Linear Regression Model with Autocorrelated Error term and Correlated Stochastic Normal Regressors," Unpublished Master of Science Thesis, University of Ibadan, Ibadan, 2011.